LIÇÃO Nº 4

RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO RACIONAL

OBJECTIVOS DE APRENDIZAGEM

No fim desta lição, você será capaz de:

- Determinar a raiz quadrada de um número inteiro.

Tempo necessário para completar a lição:

- 45 minutos

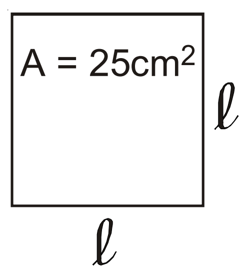
INTRODUÇÃO

Em lições anteriores aprendeu a determinar quadrados perfeitos. Ainda se lembra? Vejamos... por exemplo, 36 é um quadrado perfeito porque existe um número que elevado a dois é igual a trinta seis. Esse número é o 6.

Agora imagine que tem um certo número, que é um quadrado perfeito. No entanto, você não conhece o valor que elevado a dois tenha como resultado esse quadrado. Como é que procederia para descobrir esse número? Ora bem, é isso que vai ver já a seguir. Bom trabalho!

Consideremos o seguinte problema:

Um quadrado tem uma área de 25 cm^2. Qual é a medida do lado do quadrado?



Sabe que a área do quadrado é determinada pela fórmula:

$$A = l \bullet l \Rightarrow A = l^2$$

Então, se a área do quadrado é 25, pode-se determinar que:

$$25 = l^2 \Rightarrow 5^2 = l^2 \Rightarrow l = 5$$

Podemos daqui deduzir que o lado do quadrado mede 5 cm, porque cinco ao quadrado é igual vinte e cinco.

$$A = l^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

Portanto, neste caso chegou à conclusão que o lado do quadrado é igual a 5 cm porque $5^2 = 25$.

Então, a partir de agora vai aprender uma operação que facilmente ajuda a determinar o lado de qualquer quadrado, conhecendo a sua área. Siga com atenção.

Achar o lado do quadrado dada a sua área é a operação inversa de achar a área do quadrado, sabendo o seu lado. Esta operação chama-se **raiz quadrada** ou **raiz** e é a operação inversa de achar o quadrado de um número.

$$\begin{tikzcd} 5 \arrow[r, bend left, "\text{5 ao quadrado}"] & 25 \arrow[l, bend left, "\text{Raiz quadrada de 25}"] \end{tikzcd}$$

Por volta de 1540, o matemático Rudolff introduziu o símbolo $\sqrt{\ }$ (chamado radical) para indicar a raiz quadrada. Embora o símbolo de radical só fosse introduzido nesta época, o matemático Alkarismi já tinha descoberto esta operação em 830.

Representação de raiz quadrada

A raiz quadrada de um número representa-se da seguinte maneira:

1º Escreve-se o **radical** ou **símbolo da raíz**: $\sqrt{}$ (espécie de "V" com prolongamento específico do lado direito).

2º Coloca-se o **radicando** (número do qual se pretende determinar a raiz) dentro do radical.

Veja a representação que se segue:

$$\sqrt{x} = y$$

Lê-se: Raiz quadrada de x é igual a y.

Diz-se $\sqrt{x} = y$ porque $y^2 = x$

Onde:

x é o radicando.

$\sqrt{}$ é o radical ou símbolo de raiz.

y é a raiz.

TOME NOTA...

Quando se lê "raiz quadrada de x" parte-se do princípio que o 2 seria o índice da raiz, representando-se da seguinte maneira:

$$\sqrt[2]{x} = y$$

No entanto, quando se trata de raiz quadrada, o 2 não se escreve, ficando só:

$$\sqrt{x} = y$$

Vejamos um exemplo de representação de raiz quadrada:

Exemplo:

Índice Raiz

$$\sqrt{\underbrace{25}} = 5$$

Radical Radicando

Portanto, a raiz quadrada de 25 é 5, porque 5^2 é igual a 25.

Veja a seguir mais uns exemplos de raízes quadradas:

$$\sqrt{49} = 7 \text{ (porque } 7^2 = 49)$$

$$\sqrt{0,04} = 0,2 \text{ (porque } (0,2)^2 = 0,04)$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \text{ (porque} \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9})$$

$$\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow \left(\frac{1}{8}\right) \bullet \left(\frac{1}{8}\right) = \left(\frac{1}{64}\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$$

A raiz quadrada de **qualquer número ao quadrado** é **igual a esse número**. Como pode ver na resolução detalhada ao calcular a raiz quadrada de $\left(\frac{1}{8}\right)^2$ chega-se ao resultado que é igual ao radicando: $\frac{1}{8}$. Assim, pode-se considerar como se estivessemos a simplificar o 2 (dois) do expoente com o dois que seria do índice da raiz quadrada e fica-se com o **radicando como resultado**.

Portanto, determinar a **raiz quadrada de um número** significa encontrar um número que elevado a dois seja igual ao radicando.

Já vimos que para determinar a raiz quadrada de um número, o raciocínio é o seguinte:

$$\sqrt{a} = x \ \text{(porque } x^2 = a\text{)}$$

Então, qual será o valor de $\sqrt{-9}$?

Será -3?
Resposta: Não, porque $(-3)^2 = (-3) \bullet (-3) = 9$

Será $+3$?
Resposta: Não porque $(+3)^2 = 9$

Não existe nenhum número cujo quadrado seja igual a -9. Portanto, $\sqrt{-9}$ não existe.

Como pode concluir, qualquer número negativo ao quadrado (ou elevado a dois) tem como resultado um número positivo. Portanto, **não existem raízes quadradas de números negativos**. No entanto, **existem raízes quadradas negativas**, como vai aprender a seguir.

Vejamos:

$\sqrt{-9}$ não existe, mas existe $-\sqrt{9} = -3$ pois $-(3 \bullet 3) = -(9)$. O nove (9) do qual se determinou a raiz é um valor positivo.

$$\Rightarrow +\sqrt{9} = 3$$
$$\Rightarrow -\sqrt{9} = -3$$

O sinal negativo que aparece antes do último três não provém da determinação directa da raiz mas sim da operação. Na realidade está-se a determinar a $\sqrt{9}$ que é um valor positivo.

Veja a situação seguinte:

$$(-9)^2 = (-9) \bullet (-9) = 9^2 = 81$$
$$9^2 = 9 \bullet 9 = 81$$

Pois bem, pode-se concluir então que:

$$\sqrt{81} = 9 \qquad -\sqrt{81} = -9$$

Raiz quadrada positiva

Raiz quadrada negativa

81 tem **duas raízes quadradas**:

9 para $+\sqrt{81}$ e -9 para $-\sqrt{81}$

Portanto: $\sqrt{a} = x;$ $-\sqrt{a} = -x$

Então, quando se diz que a raiz quadrada de **a** é **x**, conclui-se que $x^2 = a$ e que **a** é um número positivo. Portanto, quando se diz que a raiz quadrada de 81 é 9, conclui-se que 9^2 é igual a 81 e que 81 é um número positivo.

TOME NOTA...

A raiz quadrada negativa de **a** representa-se por $-\sqrt{a}$ e é um número negativo.

RESUMINDO

- **Raiz quadrada de um número** é o número que elevado a dois é igual ao radicando.
- **Raiz quadrada de um número negativo não existe** pois, todo o número ao quadrado é igual a um valor positivo.
- **Raiz quadrada negativa** de um número ($-\sqrt{x}$) é um **número negativo** (-x).

A seguir damos-lhe mais un exemplos para você seguir com atenção:

1) $\sqrt{121} = 11 \Rightarrow 11^2 = 121$

2) $\sqrt{1,44} = 1,2 \Rightarrow (1,2)^2 = 1,44$

3) $\sqrt{-169} =$ não existe

4) $\sqrt{-9} =$ não existe

5) $-\sqrt{169} = -13 \Rightarrow -(13)^2 = -169$

6) $-\sqrt{4} = -2 \Rightarrow -(2)^2 = -4$

Esperamos que esteja a gostar desta matéria. Entretanto sugerimos que resolva os exercícios que se seguem para avaliar se está a aprender bem a calcular a raiz quadrada de um número.

EXERCÍCIOS

Calcule as seguintes raízes quadradas:

a) $\sqrt{81} =$

b) $\sqrt{144} =$

c) $\sqrt{\frac{1}{16}} =$

d) $-\sqrt{\frac{1}{25}} =$

e) $\sqrt{0,25} =$

f) $\sqrt{0,16} =$

g) $\sqrt{0,49} =$

h) $\sqrt{1} =$

i) $-\sqrt{100} =$

j) $\sqrt{10.000} =$

k) $\sqrt{1.000.000} =$

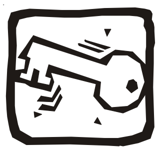
l) $\sqrt{\frac{1}{100}} =$

m) $\sqrt{0,01} =$

n) $\sqrt{\frac{1}{10.000}} =$

o) $\sqrt{0,0001} =$

Excelente trabalho! Compare as suas soluções com as que lhe sugerimos na Chave de Correcção a seguir.



CHAVE DE CORRECÇÃO

a) $9 \quad \Rightarrow \sqrt{81} = 9 \Rightarrow 9^2 = 81$

b) $12 \quad \Rightarrow \sqrt{144} = 12 \Rightarrow 12^2 = 144$

c) $\frac{1}{4} \quad \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

d) $-\frac{1}{5} \quad \Rightarrow -\sqrt{\frac{1}{25}} = -\frac{1}{5} \Rightarrow \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$

e) $0,5 \quad \Rightarrow \sqrt{0,25} = 0,5 \Rightarrow (0,5)^2 = 0,25$

f) $0,4 \quad \Rightarrow \sqrt{0,16} = 0,4 \Rightarrow (0,4)^2 = 0,16$

g) $0,7 \quad \Rightarrow \sqrt{0,49} = 0,7 \Rightarrow (0,7)^2 = 0,49$

h) $1 \quad \Rightarrow \sqrt{1} = 1 \Rightarrow 1^2 = 1$

i) $-10 \quad \Rightarrow -\sqrt{100} = -10 \Rightarrow (-10)^2 = 100$

j) $100 \quad \Rightarrow \sqrt{10000} = 100 \Rightarrow (100)^2 = 10000$

k) $1000 \quad \Rightarrow \sqrt{1000000} = 1000 \Rightarrow (1000)^2 = 1000000$

l) $\frac{1}{10} \quad \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10} \Rightarrow \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$

m) $0,1 \Rightarrow \sqrt{0,01} = 0,1 \Rightarrow (0,1)^2 = 0,01$

n) $\frac{1}{100} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{1}{100} \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^2 = \frac{1}{10000}$

o) $0,01 \Rightarrow \sqrt{0,0001} = 0,01 \Rightarrow (0,01)^2 = 0,0001$

Então em quantas respostas acertou? Acertou em todas? Bravo! Está de parabéns! Continue com o estudo da próxima lição.

Se teve dificuldades não desanime, procure estudar com um colega e depois volte a resolver os exercícios. Se mesmo assim achar esta matéria um pouco difícil, não hesite em visitar o CAA para pedir ajuda ao Tutor. Não desista e continue a esforçar-se. Verá que obterá sucesso!

Diga **não à SIDA** e ajude o país a crescer!