5 Potência de Expoente Fraccionário

Objectivos de aprendizagem:

No final desta lição, você será capaz de:

- Determinar potências com expoente fraccionário.
- Aplicar as regras práticas da multiplicação e divisão de potências.

Material necessário de apoio

- Módulo 2 da 9ª classe.
- Tábua de raizes quadrados e quadrados
- perfeitos.

Módulo 1 e 3 da 8ª classe.

Tempo necessário para completar a lição:

60 minutos

INTRODUÇÃO

Caro aluno, na 8ª classe estudou o conceito de potência com expoente natural incluindo o zero $\mathbb{N}_0$. Nesta lição vai estudar o conceito de potência de expoente fraccionário.

Nesta lição terá oportunidade de estudar potências de expoente fraccionário, transformação de uma potência de expoente fraccionário em radical; calcular potências aplicando regras de potenciação. Mas antes de iniciar este estudo vamos recordar lhe alguns conceitos, para facilitar a compreensão desta matéria é o caso da definição de fracção e algumas regras de potenciação.

Acompanhe atentamente os exemplos que lhe apresentamos.

Exemplo 1

Caro aluno, você está lembrado, uma fracção é um quociente de dois números. Dados pela fórma: $\frac{a}{b}$; $b \neq 0 \wedge a, b \in \mathbb{N}$.

Por exemplo: $\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{3}{5};\frac{7}{2};...$

Preste muita atênção as explicações que se seguem porque esta matéria é fundamental no estudo das operações com radicais e de potência de expoente fraccionário.

Recorde-se que na 8ª classe no módulo 1 de Matemática aprendeu as regras de potenciação. A tabela seguinte ajuda-lhe a lembrar esta matéria. Estude-a com atênção.

Regras de potenciação	Exemplos
$a^p \bullet b^p = (ab)^p$	$3^2 \,.\, 5^2 = (3 \,.\, 5)^2 = 15^2$
$a^p \bullet a^q = a^{p+q}$	$2^3 \bullet 2^5 = 2^{3+5} = 2^7$
$a^p \div b^p = \left(\frac{a}{b}\right)^p$	$16^2 : 4^2 = \left(\frac{16}{4}\right)^2 = 4^2$
$a^p : a^q = a^{p-q}$	$8^5 \div 8^3 = 8^{5-3} = 8^2$
$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$	$\left(3^2\right)^3 = 3^6$

Definição

Potência de expoente fraccionário é toda potência cujo expoente é uma fracção de termos inteiros.

E podemos indicar esta definição através de símbolos matemáticos, como segue:

$a^{\frac{p}{q}}; \forall a \in R; p \wedge q \in Z \wedge q \neq 0$ Que se lê ***a*** elevado a ***p*** sobre ***q***; para qualquer número ***a*** que pertence ao conjunto dos números reais ; ***p*** e ***q*** pertencem ao conjunto dos números inteiros e ***q*** deve ser um número diferente de zero porque a divisão por zero não é possível.

Exemplo 2

$2^{\frac{3}{4}}$ - Lê-se dois elevado a três quartos ou (três sobre quatro).

$3{,}1^{\frac{5}{2}}$ - Lê-se três vírgula um elevado a cinco meios ou (cinco sobre dois).

$\pi^{\frac{-6}{5}}$ - Lê-se pi elevado a menos seis quintos ou (menos seis sobre cinco).

$9^{\frac{1}{2}}$ - Lê-se nove elevado a um meio ou (um sobre dois).

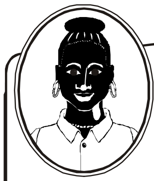
Transformação de uma potência de expoente fraccionário em radical.

$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}, \forall a \in R_0^+ \wedge q \neq 0$ Que se lê, ***a*** elevado a ***p*** sobre ***q*** é igual a raiz quadrada de índice ***q*** de ***a*** elevado a ***p***; regra válida para qualquer número real positivo incluindo o zero, e ***q*** não pode tomar valor zero (porque a divisão por zero não é possível).

Exemplo 3

$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ - Onde a base 3 seria o ***a*** e o expoente a fracção $\frac{1}{2}$

correspondente a $\frac{p}{q}$ (expoente da potência), igual a $\sqrt{3}$, onde o índice q é 2 (que por convensão omite-se, segundo o que já se explicou na introdução da raiz quadrada) e o expoente do radicando é 1 , pois p = 1



Sabe que $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ e do mesmo modo $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$; o mesmo aplica-se para $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$, onde se omite o índice tal como vimos na lição 3. E veja que para o caso $2^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$.

Em geral temos

$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}, \forall a \in \mathbb{R}_0^+$ **-** Que significa: **a** elevado a $\frac{1}{2}$, e qualquer ***a*** pertencente ao conjunto dos números reais positivos incluindo o zero.

Exemplo 4

$25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5$

Transformando a potência em radical, sabe-se que 25 é um quadrado perfeito, então raiz quadrada de 25 é igual a 5.

$2^{\frac{5}{2}} = \sqrt[2]{2^5} = \sqrt{2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2} = \sqrt{32}$

Tranformando a potência em radical, onde 2 é índice (que por convensão omite-se) e dois elevado a cinco é igual a 32.

$3 \bullet 6,25^{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{6,25}$

Três é coeficiente da potência e o expoente do radicando é $\frac{1}{2}$. Na forma do radical, o 3 continua coeficiente, o denominador 2 fica índice, e o 1 o expoente do radicando 6,25.

Saibas que:

Regras de potenciação	Exemplos
$a^{-p} = a^{-p} = \left(\frac{1}{a}\right)^{p}$	$3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1} = \frac{1}{3}$ ou $5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2} = \left(\frac{1}{5}\right) \bullet \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{25}$
$\left(a^{p}\right)^{q} = q^{pq}$	$\left(3^{2}\right)^{3} = 3^{2 \cdot 3} = 3^{6} = 729$
$a^{1} = a$	$324^{1} = 324$
$a^{0} = 1$	$2006^{0} = 1$

Exemplo 5

Caro aluno, siga antentamente o exemplo a seguir e anote os diferentes passos da resolução de cada exercício.

a) $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16}$

b) $3^{\frac{3}{2}} = \sqrt{3^{3}} = \sqrt{3 \bullet 3 \bullet 3} = \sqrt{27}$

c) $\frac{9^{\frac{2}{4}}}{5} = \frac{9^{\frac{1}{2}}}{5} = \frac{\sqrt{9}}{5} = \frac{3}{5}$

d) $169^{0,5} = 169^{\frac{5}{10}} = 169^{\frac{1}{2}} = \sqrt{169}$

TOME NOTA...

Sejam as expressões $16^{\frac{1}{2}}$ e $\sqrt{16}$ elevando ambas expressões ao

expoente 2 teremos o mesmo resultado: $\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\sqrt{16}\right)^2$

$$16^{\frac{2}{2}} = \left(\sqrt{16}\right)^2$$

$$16^1 = \left(\sqrt{16}\right)^2$$

$$16 = 16$$

Então: $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16}$ pois, potências de expoentes iguais serão iguais se tiverem bases também iguais.

Exemplo 6

Caro aluno, as regras de operações com potências de expoente natural são todas válidas na operação com potências de expoente fraccionário ($\mathbb{Q}$).

Preste atênção ao exemplo 6:

Seja:

a) $12^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$.

Para resolver este exercício, aplicam-se as mesmas regras que as aprendidas na 8ª classe assim como nas lições anteriores.

Assim temos, divisão de potências com expoentes iguais e bases diferentes.

$$12^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}} = (12:2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(12:2)^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}}$$ ← Dividem-se as bases e matem-se o expoente.

b) $6:6^{\frac{1}{2}}$

Na divisão de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

$$6:6^{\frac{1}{2}}=6^{1}:6^{\frac{1}{2}}$$
$$=6^{1-\frac{1}{2}}$$
$$=6^{\frac{1}{2}}$$

Mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

c) $3^{\frac{1}{2}}\bullet 4^{\frac{1}{2}}$

Na multiplicação de potências de bases diferentes e expoentes iguais.

$$3^{\frac{1}{2}}\bullet 4^{\frac{1}{2}}=12^{\frac{1}{2}}$$

Multiplicam-se as bases e mantem-se os expoentes.

d) $5^{\frac{1}{6}}\bullet 5^{\frac{1}{3}}$

Na multiplicação de potências de bases iguais e expoentes diferentes.

$$5^{\frac{1}{6}}\bullet 5^{\frac{1}{3}}=5^{\underset{(1)}{\frac{1}{6}}+\underset{(2)}{\frac{1}{3}}}$$
$$=5^{\frac{3}{6}}$$
$$=5^{\frac{1}{2}}$$

Matêm-se as bases e adicionam-se os expoentes.

Caro aluno, depois de ter acompanhado os exemplos, resolve os exercícios que se seguem.

EXERCÍCIOS

1. Transforme em potência de expoente fraccionário, como no exemplo $\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$.

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{15}$

c) $\sqrt{29}$

d) $3\sqrt{5}$

e) $2\sqrt{11}$

f) $\sqrt{\frac{3}{7}}$

g) $\frac{2}{3}\sqrt{1,2}$

h) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}}$

2. Calcule como no exemplo $\left(16^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 16^{\frac{1}{2}\cdot 2} = 16^{\frac{2}{2}} = 16^1 = 16$.

a) $\left(2,4^{\frac{1}{2}}\right)^2$

b) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2$

c) $\left(\sqrt{43}\right)^2$

d) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$

e) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2$

f) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2$

g) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$

3. Marque com um **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas em relação as potências de expoente fraccionário.

	V/F
a) $\left(2,4^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2,4$	☐
b) $\left(2,4^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 5,76$	☐
c) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \frac{9}{49}$	☐
d) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \frac{3}{7}$	☐
e) $\left(\sqrt{43}\right)^2 = 43$	☐
f) $\left(\sqrt{43}\right)^2 = 1849$	☐
g) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{8}{3}$	☐
h) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{16}{9}$	☐
i) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2 = 1,96$	☐
j) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2 = 1,4$	☐
l) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2 = 208,8$	☐
m) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2 = 20,88$	☐

V/F

n) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{6}{12}$ ☐

o) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{27}{16}$ ☐

4. Complete as expressões de modo que sejam verdadeiras em relação a potências de expoente fraccionário.

a) $\sqrt{6} = 6^{\_\_}$

b) $\sqrt{17} = \_\_^{\frac{1}{2}}$

c) $3\sqrt{27} = 3 \bullet \_\_^{\frac{\_\_}{2}}$

d) $\frac{3}{11}\sqrt{\frac{1}{2}} = \_\_ \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\_\_}$

5. Calcule o valor de cada uma das expressões.

a) $49^{\frac{1}{2}}$

b) $\left(\sqrt{11}\right)^2$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$

d) $\left(10\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2$

6. Marque com **V** as afirmações verdadeiras e um **F** as falsas. E justifique as afirmações verdadeiras, em relação a multiplicação e divisão de potências de expoente fraccionário.

	V/F
a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$	☐
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt{2}$	☐
c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = 1$	☐
d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$	☐
e) $\left(\frac{50^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \left(4^{\frac{1}{2}}\right) = 10$	☐
f) $\left(\frac{50^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot \left(4^{\frac{1}{2}}\right) = 100$	☐

Caro aluno, após a resolução dos exercícios propostos confira as suas respostas na chave de correcção que lhe apresentamos a seguir.

CHAVE DE CORRECÇÃO

1.

a) $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{15} = 15^{\frac{1}{2}}$

c) $\sqrt{29} = 29^{\frac{1}{2}}$

d) $3\sqrt{5} = 3 \bullet 5^{\frac{1}{2}}$

e) $2\sqrt{11} = 2 \bullet 11^{\frac{1}{2}}$

f) $\sqrt{\frac{3}{7}} = \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$

g) $\frac{2}{3}\sqrt{1,2} = \frac{2}{3} \bullet 1,2^{\frac{1}{2}}$

h) $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}} = \frac{5}{2} \bullet \left(\frac{7}{6}\right)^{\frac{1}{2}}$

2.

a) $\left(2,4^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2,4^{\frac{2}{2}} = 2,4$

b) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{2}{2}} = \frac{3}{7}$

c) $\left(\sqrt{43}\right)^2 = \left[(43)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = 43^{\frac{2}{2}} = 43$

d) $\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = 2^2 \bullet \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{2}} = 4 \bullet \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

e) $\left(\sqrt{1,4}\right)^2 = \left[(1,4)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = (1,2)^{\frac{2}{2}} = 1,4$

f) $\left(3\sqrt{23,2}\right)^2 = 3^2 \bullet (23,2)^{\frac{2}{2}} = 9 \bullet 23,2 = 208,8$

g) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \bullet \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{2}} = \frac{9}{4} \bullet \frac{3}{4} = \frac{27}{16}$

3. **a)** V; **b)** F; **c)** F; **d)** V; **e)** V; **f)** F; **g)** V; **h)** F; **i)** F; **j)** V; **l)** V; **m)** F; **n)** F; **o)** V

4. **a)** $\sqrt{6} = 6^{\frac{1}{2}}$

b) $\sqrt{17} = \mathbf{17}^{\frac{1}{2}}$

c) $3\sqrt{27} = 3 \bullet \mathbf{27}^{\frac{1}{2}}$

d) $\frac{3}{11}\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{11}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

5. **a)** $49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$

b) $\left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2 = \frac{1}{5}$

d) $\left(10\sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2 = 10^2 \bullet \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{2}{2}} = 100 \bullet \left(\frac{5}{2}\right)^1 = 100 \bullet \frac{5}{2} = \frac{500}{2} = 250$

6.

a) V

Porque: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\underset{(1)}{\frac{1}{6}}+\underset{(2)}{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{6}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ou

$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)}$

b) F;

c) V

Porque: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} : \sqrt{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\underset{(2)}{\frac{1}{3}}+\underset{(1)}{\frac{1}{6}}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{6}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{0}$$

$$= 1$$

d) F;

e) V

Porque: $\frac{50^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} \bullet 4^{\frac{1}{2}} = 50^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}}$

$$= (50:2)^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}}$$

$$= 25^{\frac{1}{2}} \bullet 4^{\frac{1}{2}}$$

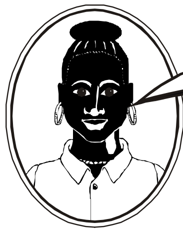
$$= (25 \bullet 4)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 100^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{100}$$

$$= \mathbf{10}$$

f) F



Caro aluno, você acabou de resolver os exercícios propostos. Acertou em todos? Se sim, está de parabéns! Prossiga o seu estudo passando para a lição seguinte.

Se não acertou algum dos exercícios reestude esta lição ou procure estudar com um colega. Depois resolve novamente os exercícios. Já sabe que o Tutor se encontra disponível no **CAA** para esclarecer as suas dúvidas.

Empenhemo-nos no combate e prevenção da SIDA. **Por uma geração livre da SIDA!**

AS dts

O que são as DTS?

As DTS são as **Doenças de Transmissão Sexual**. Ou seja, as **DTS** são doenças que se **transmitem pelo contacto sexual** vulgarmente dito: fazer amor. Antigamente estas doenças eram chamadas de doenças venéreas, pois "Vénus" era o nome de uma deusa grega que era conhecida como a "deusa do amor".

Quando suspeitar de uma DTS?

Nas meninas e mulheres

- Líquidos vaginais brancos e mal cheirosos.
- Comichão ou queimaduras na vulva, vagina ou no ânus.
- Ardor ao urinar.
- Feridas nos órgãos sexuais.

Nos rapazes e nos homens

- Um corrimento de pus (sujidade) a sair do pénis.
- Feridas no pénis e nos outros órgãos genitais.
- Ardor ao urinar.